



**HAL**  
open science

## Comparaison de trois lois d'interface pour la rupture dynamique de failles sismiques

Carole Henninger, Michel Raous, Jean-Pierre Vilotte

► **To cite this version:**

Carole Henninger, Michel Raous, Jean-Pierre Vilotte. Comparaison de trois lois d'interface pour la rupture dynamique de failles sismiques. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01422163

**HAL Id: hal-01422163**

**<https://hal.science/hal-01422163>**

Submitted on 23 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Comparaison de trois lois d'interface pour la rupture dynamique de failles sismiques

C. Henninger<sup>1</sup>, M. Raous<sup>1</sup>, J.-P. Vilotte<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (CNRS UPR 7051)  
31 chemin Joseph-Aiguier - 13402 Marseille Cedex 20  
{henninger,raous}@lma.cnrs-mrs.fr

<sup>2</sup> Institut de Physique du Globe Paris (CNRS UMR 7154)  
4 place Jussieu - Case 89 - 75252 Paris Cedex 05  
vilotte@ipgp.jussieu.fr

---

**Résumé** — On présente un modèle d'interface pour les failles sismiques, prenant en compte le contact unilatéral, le frottement et l'adhésion, avec viscosité d'endommagement. Le modèle est comparé aux lois utilisées en sismologie, en termes d'énergies dissipées et de paramètres. Enfin, une comparaison partielle est effectuée sur un système de masse-ressorts.

**Mots clés** — interfaces en géophysique, adhésion, dynamique non régulière

---

## 1 Introduction

La compréhension des observations sismiques et géodésiques repose en grande partie sur des modèles phénoménologiques permettant la simulation de la rupture dynamique et de la propagation d'ondes. Ces modèles sont formulés en lois de contact, qui doivent permettre de comprendre la phénoménologie des processus inélastiques qui ont lieu sur la faille durant les différentes phases de la rupture sismique : nucléation, propagation et arrêt. Les lois de contact classiquement utilisées en sismologie sont formulées en termes d'adoucissement de la contrainte en fonction du glissement (lois "slip weakening", SW) ou de la vitesse de glissement et de l'état de l'interface (lois "rate-and-state", RS), et de nombreux travaux concernent leurs implications en termes d'instabilité et de phase de nucléation pour les séismes. Cependant, ces lois de contact sont incomplètes dans la mesure où elles ne décrivent pas la décharge.

L'objectif de ce travail est d'introduire un modèle d'interface pour la faille sismique, basé sur le modèle RCCM [10, 11]. Ce modèle d'interface permet de prendre en compte la décharge et couple le contact unilatéral, le frottement et l'adhésion : le frottement est progressivement introduit lors de la diminution de l'adhésion. De plus, le modèle peut prendre en compte une viscosité d'endommagement. Il permet de bien caractériser les énergies dissipées par endommagement, frottement et viscosité, et contient les lois de type SW non linéaire, et dans une certaine mesure, les lois de type RS.

On présente ici le modèle RCCM, ainsi qu'une comparaison des lois SW, RS et RCCM portant sur des cas de chargement simples, permettant d'identifier les paramètres et les énergies dissipées en cas de contact établi.

La comparaison est ensuite étendue à un système masse-ressorts 2D, permettant de prendre en compte le couplage entre les contraintes normale et tangentielle. L'aspect dynamique du problème est traité par la méthode Non-Smooth Contact Dynamics ([8], [5], [11], [2]).

## 2 Le modèle RCCM

Le modèle RCCM ([10], [11]) est obtenu à partir des principes de la thermodynamique, avec un choix particulier de la densité surfacique d'énergie libre et du pseudo-potentiel de dissipation, faisant intervenir le déplacement relatif  $\underline{u} = u_N \underline{n} + \underline{u}_T$ , la contrainte  $\underline{R} = R_N \underline{n} + \underline{R}_T$  entre les deux corps en contact, et une intensité d'adhésion  $\beta$ , introduite par Frémond [4]. Il s'écrit :

*Contact unilatéral avec adhésion :*

$$-R_N + C_N \beta^2 u_N \geq 0, \quad u_N \geq 0, \quad (-R_N + C_N \beta^2 u_N) u_N = 0$$

*Frottement de Coulomb avec adhésion :*

$$\begin{aligned} \|\underline{R}_T - C_T \beta^2 \underline{u}_T\| &\leq \mu(1 - \beta) |R_N - C_N \beta^2 u_N| \\ \|\underline{R}_T - C_T \beta^2 \underline{u}_T\| &< \mu(1 - \beta) |R_N - C_N \beta^2 u_N| \implies \dot{\underline{u}}_T = 0 \\ \|\underline{R}_T - C_T \beta^2 \underline{u}_T\| &= \mu(1 - \beta) |R_N - C_N \beta^2 u_N| \implies \exists \lambda \geq 0, \dot{\underline{u}}_T = -\lambda (\underline{R}_T - C_T \beta^2 \underline{u}_T) \end{aligned}$$

*Evolution de l'intensité de l'adhésion (non cicatrisante) :*

*cas avec viscosité ( $b_{vis} \neq 0$ )*

$$\begin{cases} \dot{\beta} = - \left[ \frac{1}{b_{vis}} \left( w - (C_N u_N^2 + C_T \|\underline{u}_T\|^2) \beta \right)^- \right]^{\frac{1}{p}} & \text{si } \beta \in [0; 1[ \\ \dot{\beta} \leq - \left[ \frac{1}{b_{vis}} \left( w - (C_N u_N^2 + C_T \|\underline{u}_T\|^2) \beta \right)^- \right]^{\frac{1}{p}} & \text{si } \beta = 1 \end{cases}$$

avec  $(X)^- = \max(0, -X)$

*cas sans viscosité*

$$\begin{aligned} \beta(\underline{u}) &= \min(\beta(\underline{v}), \min(\beta^*(\underline{u}), 1)) \\ &\text{avec } \beta^*(\underline{u}) = \frac{w}{C_N u_N^2 + C_T \|\underline{u}_T\|^2} \end{aligned}$$

Les paramètres du modèle sont l'énergie de décohesion  $w$ , les raideurs initiales normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$ , le coefficient de frottement  $\mu$ , le coefficient de viscosité d'endommagement  $b_{vis}$  et le coefficient  $p$ , qui sera pris égal à 1 ici.

Le comportement tangentiel de la loi est schématisé en Fig. 1 (b) : la réponse est élastique tant que l'énergie stockée dans l'interface n'a pas atteint le seuil de décohesion  $w$  (càd tant que le déplacement est inférieur à  $u_0 = \sqrt{w/C_T}$ ), puis l'interface s'endommage tandis que le frottement est introduit progressivement (grâce au terme  $\mu(1 - \beta)$ ).

## 3 Comparaison du modèle RCCM avec les lois utilisées en sismologie

### 3.1 Les lois utilisées en sismologie

Les deux grandes familles de lois utilisées en sismologie sont :

- les lois de type "slip-weakening". Elles supposent que la chute de contrainte sur la faille est fonction du glissement ; la contrainte diminue sur une certaine distance  $D_g$  puis reste constante (cf. loi linéaire (1)). Elles peuvent être considérées comme des lois de rodage. La loi linéaire permet d'identifier une densité d'énergie dissipée par frottement et une densité d'énergie de "fracturation"  $G_c = (\mu_s - \mu_g) |R_N| D_g / 2$  (Fig. 1 (a)).

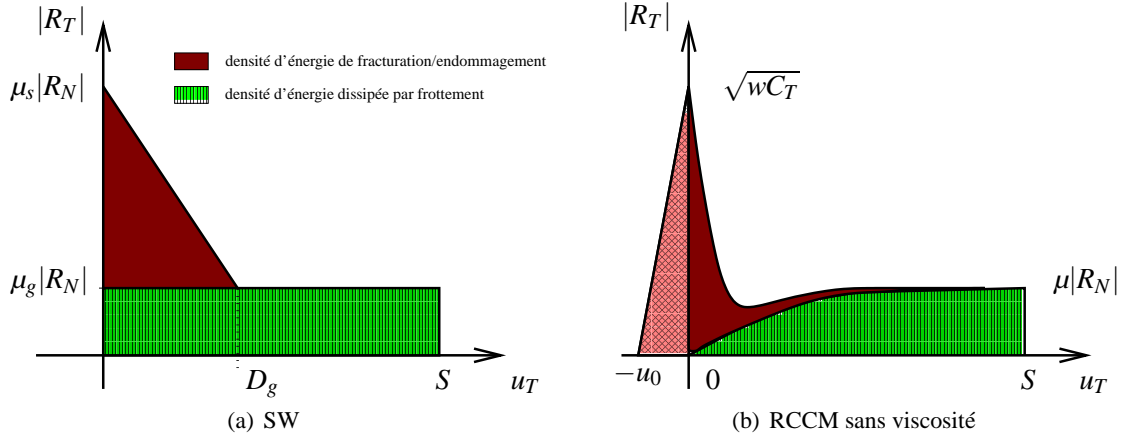


Figure 1 – Les modèles SW et RCCM et la répartition des énergies

$$|R_T| = \begin{cases} \left( \mu_s - (\mu_s - \mu_g) \frac{u_T}{D_g} \right) |R_N| & u_T < D_g \\ \mu_g |R_N| & u_T \geq D_g \end{cases} \quad (1)$$

- les lois de type "rate-and-state". De nombreux modèles ont été proposés (par exemple [1], [12]), on choisit pour la suite le modèle proposé dans [9] ((2), (3)). Les lois RS attribuent au coefficient de frottement une dépendance à la vitesse, à la fois par un effet direct et par l'évolution de l'état de l'interface (terme en  $\Theta$  dans (2), et (3)).

$$|R_T| = \left( a \sinh^{-1} \left( \frac{v_T}{2V_0} \exp \left( \frac{\mu_0}{a} + \frac{b}{a} \ln \frac{\Theta}{\Theta_*} \right) \right) \right) |R_N| \quad (2)$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{1 - \Theta}{t_{**}} - \frac{|v_T| \Theta}{D_c} \text{ avec } \Theta_* = \frac{D_c}{D_c + V_0 t_{**}} \quad (3)$$

Pour les lois SW et RCCM, la répartition des énergies est bien définie, comme le montre la Fig. 1 (on se limite au cas RCCM sans viscosité). Ce schéma nous donne des éléments de comparaison entre ces deux lois : on peut supposer que l'énergie de "fracturation" de la loi SW correspond à l'énergie dissipée par endommagement de la loi RCCM ( $G_c = w/2$ ). De plus, on peut identifier les contraintes maximales ( $\mu_s |R_N| = \sqrt{w C_T}$ ) et finales ( $\mu_g |R_N| = \mu |R_N|$ ).

La dépendance à la vitesse, caractéristique des lois RS, se retrouve dans le modèle RCCM : en effet, celles-ci font intervenir l'état de l'interface *via* la variable  $\Theta$ , qu'il est possible de lier à l'intensité d'adhésion  $\beta$  du modèle RCCM. De plus, la dépendance directe du coefficient de frottement à la vitesse est un ingrédient aisément incorporable dans le modèle RCCM.

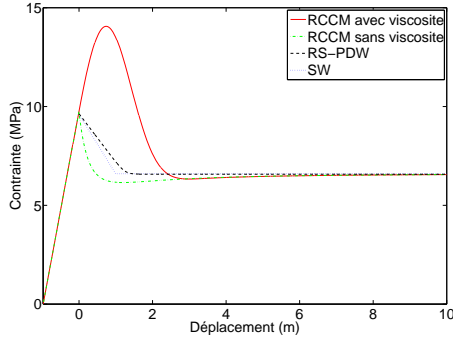
### 3.2 Comparaison sur un chargement en vitesse imposée

Le comportement des trois lois est testé sur deux cas de chargement : on impose une vitesse constante dans le cas 1 (Fig. 2 (a)), variable dans le cas 2 (Fig. 2 (b)).

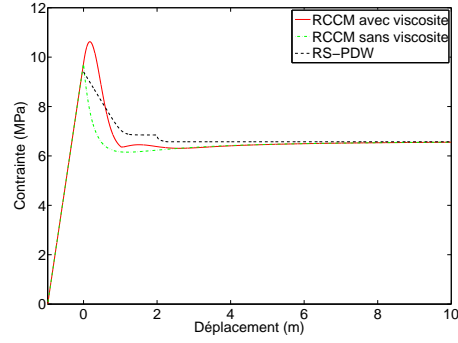
Dans la loi RS, la vitesse est injectée directement dans les équations, tandis qu'elle est multipliée par le temps pour obtenir un déplacement utilisable dans les lois SW et RCCM.

Sur la Fig. 2 (b), le cas SW n'est pas représenté car la loi est indépendante de la vitesse (c'est également le cas pour RCCM sans viscosité, comme on peut le vérifier sur les deux figures).

Les paramètres des lois sont calibrés de manière à avoir des densités d'énergie dissipée par frottement comparables ( $\approx 60 \text{ MJ.m}^{-2}$ ). Il est à noter que, dans le cas RS, l'énergie dissipée par frottement est calculée par analogie avec le cas SW, en déterminant empiriquement une "distance de rodage", qui n'est pas un paramètre.



(a) Cas 1. Vitesse de sollicitation :  $V_i = 10 \text{ m.s}^{-1}$



(b) Cas 2. Vitesses de sollicitation :  $V_i = 1 \text{ m.s}^{-1}$  puis  $V_i = 10 \text{ m.s}^{-1}$  à  $t = T_{final}/2$

Figure 2 – Contrainte en fonction du déplacement. Contrainte normale :  $R_N = 10 \text{ MPa}$ . SW :  $\mu_s = 0.96$ ;  $\mu_g = 0.66$ ;  $D_g = 1 \text{ m}$ . RCCM :  $\mu = 0.66$ ;  $C_T = 10 \text{ MPa.m}^{-1}$ ;  $w = 9.5 \text{ MJ.m}^{-2}$ ;  $b_{vis} = 5 \text{ MPa.m.s}$ . RS :  $D_c = 0.09 \text{ m}$ ;  $t_{**} = 10000 \text{ s}$ ;  $a = 0.01$ ;  $b = 0.022$ ;  $V_0 = 1 \text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$ ;  $\mu_0 = 0.8$

### 3.3 Comparaison sur un système masse-ressorts

Le comportement induit par les différentes lois d'interface est exploré sur l'exemple de Klarbring [6], schématisé sur la Fig. 3.

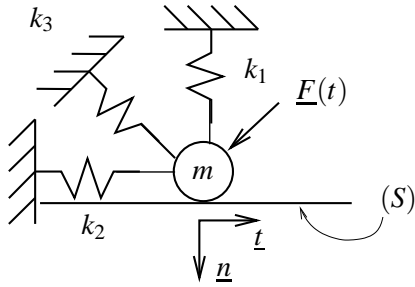


Figure 3 – Système masse-ressorts de Klarbring

L'équation du mouvement de la masse  $m$  est donnée en (4)

$$\underline{M}\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{K}\underline{u}(t) = \underline{F}(t) + \underline{R}(t) \quad (4)$$

avec  $\underline{M} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}$  et  $\underline{K} = \begin{pmatrix} k_1 + k_3/2 & k_3/2 \\ k_3/2 & k_2 + k_3/2 \end{pmatrix}$ ,  $\underline{u}(t) = u_N(t)\underline{n} + u_T(t)\underline{t}$  le déplacement relatif de la masse par rapport au support,  $\underline{R} = R_N(t)\underline{n} + R_T(t)\underline{t}$  la réaction du support sur la masse et  $\underline{F}(t)$  une sollicitation extérieure.

On utilise l'algorithme NSCD pour résoudre le problème dynamique constitué par (4), les conditions initiales et les conditions de contact et de frottement.

#### 3.3.1 L'algorithme NSCD

L'algorithme Non Smooth Contact Dynamics ([5], [2]) est basé sur l'écriture de la dynamique au sens des mesures différentielles [8], qui permettent de tenir compte des discontinuités de vitesse et de forces caractéristiques des problèmes de contact et de frottement. La discrétisation spatiale est ici considérée en tant qu'ensemble d'intervalles  $]t_i, t_{i+1}]$  de longueur  $h$ . L'équation du mouvement (4) est intégrée sur l'intervalle  $]t_i, t_{i+1}]$ , avec les outils mathématiques appropriés pour l'accélération, qui ne vérifie pas les conditions de continuité *a priori* [7]. Le déplacement  $\underline{u}$  est

exprimé comme l'intégrale de la vitesse. Les intégrales sont approximées par une  $\theta$ -méthode ; on utilise ici  $\theta_1 = \theta_2 = 0.5$ , paramètres qui satisfont la condition classique de stabilité et assurent une dissipation numérique minimale. Finalement, les relations discrètes suivantes sont obtenues :

$$\underline{V}^{i+1} = (\underline{V}^{i+1})^{libre} + h\tilde{\underline{M}}^{-1}\underline{R}^{i+1} \quad (5)$$

$$\underline{U}^{i+1} = \underline{U}^i + h(\theta_2\underline{V}^{i+1} + (1 - \theta_2)\underline{V}^i) \quad (6)$$

avec  $(\underline{V}^{i+1})^{libre} = \tilde{\underline{M}}^{-1}\tilde{\underline{F}}^{i+1}$ , où  $\underline{V}^i$  et  $\underline{V}^{i+1}$  représentent la vitesse au début et à la fin du pas de temps respectivement,  $\underline{U}^i$  et  $\underline{U}^{i+1}$  le déplacement au début et à la fin du pas de temps respectivement,  $\tilde{\underline{M}} = \underline{M} + h^2\theta_1\theta_2\underline{K}$  et  $\tilde{\underline{F}}^{i+1} = (\underline{M} - h^2\theta_1(1 - \theta_2)\underline{K})\underline{V}^i - h\underline{K}\underline{U}^i + h(\theta_1\underline{F}^{i+1} + (1 - \theta_1)\underline{F}^i)$ . La grandeur  $\underline{R}^{i+1}$  représente la densité moyenne de réaction sur l'intervalle  $]t_i; t_{i+1}]$ .

A chaque pas de temps, les étapes suivantes sont effectuées :

1. la distance de contact  $\tilde{U}_N^{i+1}$  est estimée à l'aide de (6) en supposant que la réaction  $\underline{R}^{i+1}$  est nulle :  $\tilde{U}_N^{i+1} = \underline{U}^i + h(\theta_2(\underline{V}^{i+1})^{libre} + (1 - \theta_2)\underline{V}^i)$ ,
2. (a) si  $\tilde{U}_N^{i+1} < 0$ , la réaction est nulle et l'équation (5) donne directement  $\underline{V}^{i+1} = (\underline{V}^{i+1})^{libre}$ .  
(b) sinon, et si  $(\underline{V}_N^{i+1})^{libre} < 0$  (décollement imminent), la solution est la même.  
(c) si  $\tilde{U}_N^{i+1} = 0$  et  $(\underline{V}_N^{i+1})^{libre} \geq 0$ , on se trouve en situation de contact établi ( $\underline{V}_N^{i+1} = 0$ ,  $\underline{R}_N^{i+1} \neq 0$ ), et la solution  $(\underline{R}_T^{i+1}, \underline{V}_T^{i+1})$  est l'intersection de la droite  $(\mathcal{D})$  fournie par la projection tangentielle de l'équation (5), avec le graphe de la loi de frottement (Fig. 4).
3. le déplacement  $\underline{U}^{i+1}$  est calculé avec (6).

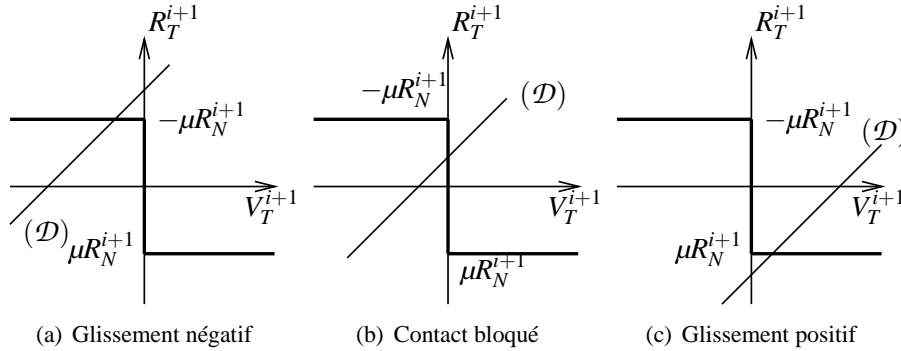


Figure 4 – Graphe de la loi de Coulomb et intersections possibles avec la droite  $(\mathcal{D})$

### 3.3.2 Simulation de "tapis roulant" avec les lois SW et RCCM sans viscosité

On montre sur la Fig. 5 l'espace des phases du comportement obtenu en simulant le roulement du "tapis"/support  $(S)$  (cf. Fig. 3) à la vitesse constante  $V_{imp} = 5 \text{ m.s}^{-1}$ , la masse étant soumise à son seul poids. Les paramètres SW et RCCM sont calibrés de manière à avoir les mêmes contraintes maximale et finale, et les mêmes densités d'énergie de "fracturation"/endommagement (cf. § 3.1). La loi SW (Fig. 5(a)) se rapproche d'une loi de Coulomb classique : la masse adhère au tapis (vitesse de glissement nulle) tant que la réaction  $R_T$  n'a pas atteint la valeur  $\mu_s mg$ , puis, rappelée par le ressort  $k_2$ , elle oscille jusqu'à atteindre l'état de frottement de Coulomb avec un coefficient  $\mu_g$ . Les oscillations sont d'autant plus amples que le coefficient dynamique  $\mu_g$  est petit. Pour la loi RCCM (Fig. 5(b)), la masse adhère au tapis moins longtemps car à l'effet entraînant du tapis roulant s'ajoute l'adhésion propre à la loi : l'énergie de décohesion est atteinte plus rapidement, donc le mécanisme de frottement est activé plus tôt que pour la loi SW.

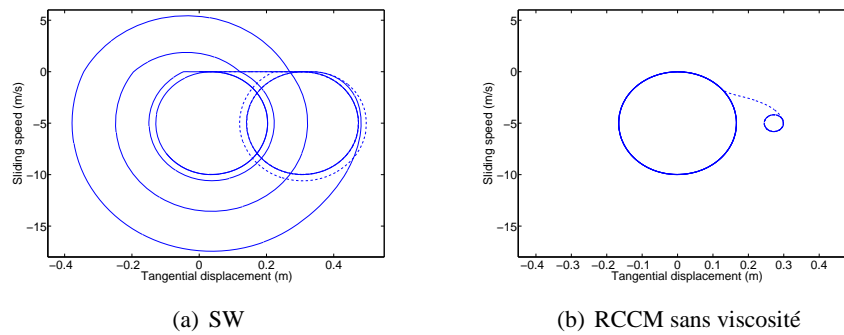


Figure 5 – Espace des phases pour la simulation d’un tapis roulant à  $V_{imp} = 5 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $k_1 = k_3 = 0$ .  
 Courbes pointillées :  $\mu_g = 0.8$ , courbes pleines :  $\mu_g = 0.1$

## 4 Perspectives

La comparaison des lois se poursuit sur des simulations de l’initiation des séismes : la loi RCCM est en cours d’implémentation dans un code de rupture dynamique écrit par Dunham ([3]).

## Références

- [1] J. H. Dieterich. Modeling of rock friction : 1. Experimental results and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 84(B5), 2161–2168, 1979.
- [2] F. Dubois, M. Jean. The non smooth contact dynamic method : recent LMG90 software developments and application. *Lect. Notes App. Comput. Mech.*, 27, 375–378, 2006.
- [3] E. M. Dunham, J. R. Rice. Earthquake slip between dissimilar poroelastic materials. *J. Geophys. Res.*, 113, B09304, doi :10.1029/2007JB005405, 2008.
- [4] M. Frémond. Contact with adhesion in J.-J. Moreau, P. D. Panagiotopoulos (Eds), *Nonsmooth mechanics and applications, CISM Courses and Lectures*, 302, 177–221, Springer, 1988.
- [5] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 177, 235–257, 1999.
- [6] A. Klarbring. Examples of non-uniqueness and non-existence of solutions to quasistatic contact problems with friction. *Ingenieur-Archiv*, 60, 529–541, 1990.
- [7] M. D. P. Monteiro Marques. Differential inclusions in nonsmooth mechanical problems, Shocks and dry friction, *Progress in nonlinear differential equations and their applications*, Vol. 9, Birkhäuser Verlag, 1993.
- [8] J.-J. Moreau. Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics. *Nonsmooth mechanics and applications, CISM n° 302*, Springer Verlag, 1–82, 1988.
- [9] T. Putelat, J.H.P. Dawes, J.R. Willis. Sliding modes of two interacting frictional interfaces. *J. Mech. Phys. Solids*, 55, 2073–2105, 2007.
- [10] M. Raous, L. Cangémi, M. Cocou. A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 177, 383–399, 1999.
- [11] M. Raous, Y. Monerie. Unilateral contact, friction and adhesion in composite materials : 3D cracks in composite material. *Contact Mechanics, J.A.C. Martins, M.D.P. Monteiro Marques (Eds), Collection Solid Mechanics and its Applications*, Kluwer, 333–346, 2002.
- [12] A. Ruina. Slip instability and state variables friction laws. *J. Geophys. Res.*, 88(B12), 10359–10370, 1983.